全品
— SINCE 1992 —
教育图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学2

北京专版

必修第二册 RJA



数智教辅

全品AI学伴
7×24小时有问必答
助你吃透课堂，高效练题

天津出版传媒集团
天津人民出版社

全品
SINCE 1992
教育图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学2

北京专版

必修第二册 RJA

本册主编：夏 雨 宋 艳
编 者：夏 雨 宋 艳 刘 冰
贺寒冰 李 娜

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

06 第六章　平面向量及其应用 PART SIX

6.1　平面向量的概念 …… 001
6.1.1　向量的实际背景与概念 …… 001
6.1.2　向量的几何表示 …… 001
6.1.3　相等向量与共线向量 …… 001
6.2　平面向量的运算 …… 003
6.2.1　向量的加法运算 …… 003
6.2.2　向量的减法运算 …… 005
6.2.3　向量的数乘运算 …… 007
6.2.4　向量的数量积 …… 009
第1课时　向量数量积的定义、投影向量 …… 009
第2课时　向量数量积的运算律 …… 011
滚动习题（一）［范围 6.1～6.2］ …… 013
6.3　平面向量基本定理及坐标表示 …… 015
6.3.1　平面向量基本定理 …… 015
6.3.2　平面向量的正交分解及坐标表示 …… 017
6.3.3　平面向量加、减运算的坐标表示 …… 017
6.3.4　平面向量数乘运算的坐标表示 …… 019
6.3.5　平面向量数量积的坐标表示 …… 021
习题课　平面向量数量积的综合应用 …… 023
滚动习题（二）［范围 6.3］ …… 024
6.4　平面向量的应用 …… 026
6.4.1　平面几何中的向量方法 …… 026
6.4.2　向量在物理中的应用举例 …… 026
6.4.3　余弦定理、正弦定理 …… 028
1. 余弦定理 …… 028
2. 正弦定理 …… 030
第1课时　正弦定理 …… 030
第2课时　正弦定理和余弦定理的综合问题 …… 032
第3课时　正弦定理和余弦定理的应用 …… 034
3. 余弦定理、正弦定理应用举例 …… 036
滚动习题（三）［范围 6.4］ …… 039

07 第七章　复数 PART SEVEN

7.1　复数的概念 …… 041
7.1.1　数系的扩充和复数的概念 …… 041
7.1.2　复数的几何意义 …… 043
7.2　复数的四则运算 …… 045
7.2.1　复数的加、减运算及其几何意义 …… 045
7.2.2　复数的乘、除运算 …… 047
滚动习题（四）［范围 7.1～7.2］ …… 049
7.3*　复数的三角表示 …… 051
7.3.1　复数的三角表示式 …… 051
7.3.2　复数乘、除运算的三角表示及其几何意义 …… 051

08 第八章　立体几何初步 PART EIGHT

8.1　基本立体图形 …… 053
第1课时　多面体 …… 053
第2课时　旋转体、组合体 …… 055
8.2　立体图形的直观图 …… 057
8.3　简单几何体的表面积与体积 …… 059
8.3.1　棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积 …… 059
8.3.2　圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积 …… 062
第1课时　圆柱、圆锥、圆台的表面积和体积 …… 062

第 2 课时　球的表面积和体积 …… 064
滚动习题（五）[范围 8.1～8.3] …… 066
8.4　空间点、直线、平面之间的位置关系 …… 068
8.4.1　平面 …… 068
8.4.2　空间点、直线、平面之间的位置关系 …… 070
8.5　空间直线、平面的平行 …… 072
8.5.1　直线与直线平行 …… 072
8.5.2　直线与平面平行 …… 074
第 1 课时　直线与平面平行的判定 …… 074
第 2 课时　直线与平面平行的性质 …… 076
8.5.3　平面与平面平行 …… 078
第 1 课时　平面与平面平行的判定 …… 078
第 2 课时　平面与平面平行的性质 …… 081
滚动习题（六）[范围 8.4～8.5] …… 083
8.6　空间直线、平面的垂直 …… 085
8.6.1　直线与直线垂直 …… 085
8.6.2　直线与平面垂直 …… 087
第 1 课时　直线与平面垂直的判定 …… 087
第 2 课时　线面角、直线与平面垂直的性质 …… 089
第 3 课时　空间距离与线面垂直的综合问题 …… 091
8.6.3　平面与平面垂直 …… 093
第 1 课时　平面与平面垂直的判定 …… 093
第 2 课时　平面与平面垂直的性质 …… 095
滚动习题（七）[范围 8.5～8.6] …… 098

09 第九章　统计 PART NINE
9.1　随机抽样 …… 100
9.1.1　简单随机抽样 …… 100
9.1.2　分层随机抽样 …… 102
9.2　用样本估计总体 …… 105
9.2.1　总体取值规律的估计 …… 105
第 1 课时　频率分布表和频率分布直方图 …… 105
第 2 课时　统计图中的样本数据的分布 …… 108
9.2.2　总体百分位数的估计 …… 112
9.2.3　总体集中趋势的估计 …… 114
9.2.4　总体离散程度的估计 …… 117
滚动习题（八）[范围 9.1～9.2] …… 120

10 第十章　概率 PART TEN
10.1　随机事件与概率 …… 123
10.1.1　有限样本空间与随机事件 …… 123
10.1.2　事件的关系和运算 …… 125
10.1.3　古典概型 …… 127
10.1.4　概率的基本性质 …… 130
10.2　事件的相互独立性 …… 132
10.3　频率与概率 …… 135
10.3.1　频率的稳定性 …… 135
10.3.2　随机模拟 …… 135
滚动习题（九）[范围 10.1～10.3] …… 138

◆ **导学案** [单独成册 P205～P362]
◆ **参考答案**（练习册）[单独成册 P141～P204]　**参考答案**（导学案）[单独成册 P363～P426]

测　评　卷

单元素养测评卷（一）[第六章] …… 卷 01
单元素养测评卷（二）[第七章] …… 卷 03
单元素养测评卷（三）[第八章] …… 卷 05
单元素养测评卷（四）[第九章] …… 卷 07
单元素养测评卷（五）[第十章] …… 卷 11
模块素养测评卷 [全部章节] …… 卷 15
参考答案 …… 卷 17

第六章　平面向量及其应用

6.1　平面向量的概念

6.1.1　向量的实际背景与概念

6.1.2　向量的几何表示

6.1.3　相等向量与共线向量

基础巩固

1. 下列说法正确的是　　(　　)

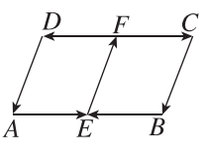
A. 向量的模是一个正实数

B. 零向量没有方向

C. 单位向量的模等于 1 个单位长度

D. 零向量就是实数 0

2. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AB，CD 的中点，则图中所示的向量中与 $\overrightarrow{AE}$ 平行的有　　(　　)



A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

3. [2025 · 丰台期末] 设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为非零向量，则“$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”的　　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为两个向量，给出以下 4 个条件：①$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相反；②$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$；③$|\boldsymbol{a}|=0$ 或 $|\boldsymbol{b}|=0$；④$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量. 其中可以得到 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线的是　　(　　)

A. ①②　　B. ①③

C. ②④　　D. ③④

5. 一架飞机向西飞行 400 km，再向东飞行 500 km，如果记飞机飞行的路程为 s，位移为 $\boldsymbol{a}$，那么 $s-|\boldsymbol{a}|=$　　(　　)

A. 800 km　　B. 700 km

C. 600 km　　D. 500 km

6. 在四边形 $ABCD$ 中，若 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|$ 且 $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$，则四边形 $ABCD$ 一定是　　(　　)

A. 正方形　　B. 矩形

C. 菱形　　D. 等腰梯形

7. [2024 · 北京八十中测试] 已知 A，B，C 是不共线的三点，向量 $\boldsymbol{m}$ 与向量 $\overrightarrow{AB}$ 是平行向量，与 $\overrightarrow{BC}$ 是共线向量，则 $\boldsymbol{m}=$_____.

8. 在平面上，把所有表示单位向量的有向线段的起点移到同一点，则它们的终点构成的图形是_____；若表示单位向量的有向线段平行于某一直线，把有向线段的起点移到同一点，则它们的终点构成的图形是_____.

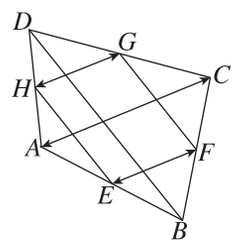
9. 如图，E，F，G，H 分别是四边形 $ABCD$ 各边的中点，分别指出图中：

(1)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 相等的向量；

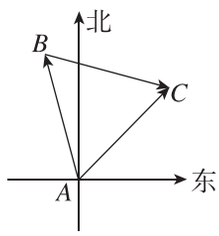
(2)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 平行的向量；

(3)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 模相等的向量；

(4)与向量 $\overrightarrow{HG}$ 模相等、方向相反的向量.



10. 飞机从 A 地按北偏西 $15°$ 的方向飞行 1400 km 到达 B 地，再从 B 地按南偏东 $75°$ 的方向飞行 1400 km 到达 C 地，那么 C 地在 A 地什么方向上？C 地距 A 地多远？



综合提升

11. [2024·北京一七一中学测试] 下列说法错误的是 （ ）

A. $|\overrightarrow{CD}|=|\overrightarrow{DC}|$

B. 若 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 均是单位向量，则 $|\boldsymbol{e}_1|=|\boldsymbol{e}_2|$

C. 若 $|\overrightarrow{AB}|>|\overrightarrow{CD}|$，则 $\overrightarrow{AB}>\overrightarrow{CD}$

D. 任一非零向量都可以平行移动

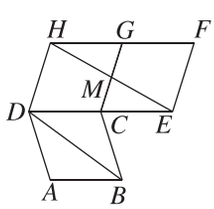
12. 如图所示，四边形 $ABCD$，$CEFG$，$DCGH$ 是全等的菱形，HE 与 CG 相交于点 M，则下列结论不一定成立的是 （ ）

A. $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{EF}|$

B. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{FH}$ 共线

C. $\overrightarrow{BD}$ 与 $\overrightarrow{EH}$ 共线

D. $\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{EC}$ 共线



13. 已知四边形 $ABCD$ 是矩形，设点集 $M=\{A,B,C,D\}$，集合 $T=\{\overrightarrow{PQ}\mid P,Q\in M$ 且 P,Q 不重合$\}$，用列举法表示集合 $T=$ _____.

14. 一位模型赛车手遥控一辆赛车沿正东方向向前行进 1 米，逆时针转变 $\alpha(0°<\alpha<180°)$，继续按直线向前行进 1 米，再逆时针转变 α，按直线向前行进 1 米，按此方法继续操作下去.

(1)作示意图说明当 $\alpha=45°$ 时，操作几次后赛车的位移为零向量；

(2)按此操作方法使赛车行进一周后能回到出发点，α 应满足什么条件？

6.2 平面向量的运算

6.2.1 向量的加法运算

基础巩固

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ 等于 （　）

A. $\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{CA}$

C. $\overrightarrow{BD}$　　D. $\overrightarrow{DB}$

2. 化简：$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}$ 等于 （　）

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BA}$

C. $\mathbf{0}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

3. 某人先向东走 3 km，位移记为 $\boldsymbol{a}$，接着再向北走 3 km，位移记为 $\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 表示 （　）

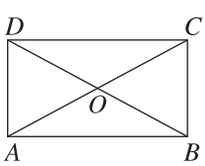
A. 向东南走 $3\sqrt{2}$ km

B. 向东北走 $3\sqrt{2}$ km

C. 向东南走 $3\sqrt{3}$ km

D. 向东北走 $3\sqrt{3}$ km

4. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AD}=$（　）



A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AD}$　　D. $\overrightarrow{BD}$

5. 已知点 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，当 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PC}$ 成立时，点 P 位于 （　）

A. $\triangle ABC$ 的 AB 边上

B. $\triangle ABC$ 的 BC 边上

C. $\triangle ABC$ 的内部

D. $\triangle ABC$ 的外部

6. [2025 · 北京八十中测试] 若在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，则 $\triangle ABC$ 的形状是 （　）

A. 等边三角形

B. 锐角三角形

C. 斜三角形

D. 等腰直角三角形

7. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=1$，则 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}|=$_____.

8. 化简下列各式：

①$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$；

②$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MB})+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OM}$；

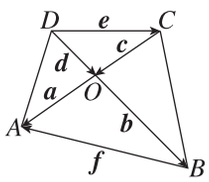
③$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}$；

④$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}$.

其中化简结果为 $\mathbf{0}$ 的是_____.（填序号）

9. 如图所示，求：

(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{d}$；(2)$\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}$；(3)$\boldsymbol{e}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}$；(4)$\boldsymbol{c}+\boldsymbol{f}+\boldsymbol{b}$.



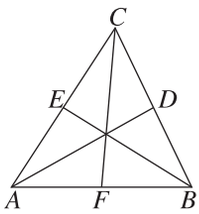
班级

姓名

答题区 题号

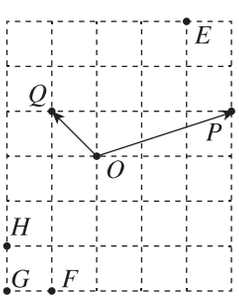
1 2 3 4 5 6 7 8 11 12 13 14

10. 如图，已知 D，E，F 分别为 $\triangle ABC$ 的边 BC，AC，AB 的中点. 求证：$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\mathbf{0}$.



综合提升

11. 在如图所示的方格纸中，$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=$ （　）



A. $\overrightarrow{OG}$　　B. $\overrightarrow{HO}$

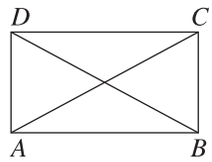
C. $\overrightarrow{OE}$　　D. $\overrightarrow{FO}$

12. 设 $\boldsymbol{a}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA})$，$\boldsymbol{b}$ 是任一非零向量，则下列结论中不正确的是 （　）

A. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}=\mathbf{0}$

13. 如图，已知四边形 $ABCD$ 为矩形，则下列结论正确的是 （　）



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}$

D. $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}|$

14. 一艘船在静水中航行速度的大小为 5 km/h，河水的流速大小为 2 km/h，则船实际航行速度的大小（单位：km/h）的取值范围是_____.

15. 已知桥是南北方向的，受落潮影响，海水以 12.5 km/h 的速度向东流，现有一艘工作艇，在海面上航行检查桥墩的状况，已知工作艇在静水中的速度大小是 25 km/h，若工作艇要沿着与桥平行的方向由南向北航行，则工作艇的航向如何确定？

6.2.2 向量的减法运算

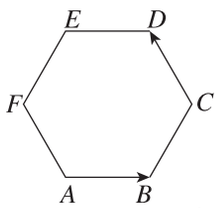
基础巩固

1. [2025·丰台期中] $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}=$ (　　)

A. $\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{CB}$　　D. $\overrightarrow{CA}$

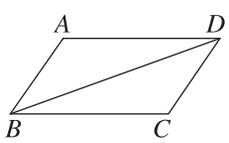
2. [2024·西城期末] 如图,在正六边形 $ABCDEF$ 中,$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=$ (　　)



A. $\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{BF}$

C. $\overrightarrow{EC}$　　D. $\overrightarrow{BE}$

3. [2025·通州期中] 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,连接 BD,则 (　　)



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DA}$

B. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$

D. $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DA}$

4. [2024·北京二中测试] 在$\triangle ABC$ 中,$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}|$,则$\triangle ABC$ 是 (　　)

A. 等边三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

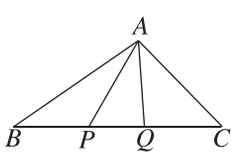
D. 等腰直角三角形

5. 若$|\overrightarrow{AB}|=5$,$|\overrightarrow{AC}|=8$,则$|\overrightarrow{BC}|$的取值范围是 (　　)

A. $[3,8]$　　B. $(3,8)$

C. $[3,13]$　　D. $(3,13)$

6. 如图所示,P,Q 是$\triangle ABC$ 的边 BC 上的两个点,且 $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{QC}$,则化简 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AQ}$ 的结果为 (　　)

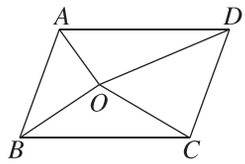


A. $\mathbf{0}$　　B. $\overrightarrow{BP}$

C. $\overrightarrow{PQ}$　　D. $\overrightarrow{PC}$

7. 化简:$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{EB}=$_____.

8. 如图所示,已知 O 为平行四边形 $ABCD$ 内一点,$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,则$\overrightarrow{OD}=$_____.



9. 化简:

(1)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DC}$;

(2)$(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})-\overrightarrow{BC}$;

(3)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EA}$.

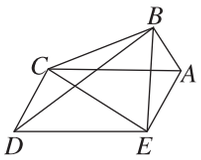
班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 11 12 13 14 15

10. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中，若四边形 $ACDE$ 是平行四边形，且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AE}=\boldsymbol{c}$，试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BE}$，$\overrightarrow{CD}$ 及 $\overrightarrow{CE}$.



综合提升

11. [2025·北京二中测试] 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是非零向量，则“$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$”是“$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$”的 （ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

12. 对于任意两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，下列说法中正确的是 （ ）

A. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$

B. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$

C. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$

D. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$

13. 已知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，且 $\angle BAC=90^\circ$，则下列说法中错误的是 （ ）

A. $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$

B. $|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}|$

C. $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}|=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}|$

D. $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}|$

14. 已知 $|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}|=9$，则 $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}|$ 的取值范围为 _____，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|$ 的取值范围为 _____.

15. 若 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，且满足 $|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}|=|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}|$，则 $\triangle ABC$ 是 _____三角形.

16. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle ACB=90^\circ$，M 是斜边 AB 的中点，设 $\overrightarrow{CM}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$. 求证：

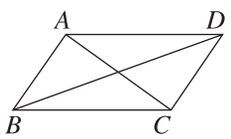
(1) $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|$；

(2) $|\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})|=|\boldsymbol{b}|$.

6.2.3 向量的数乘运算

基础巩固

1. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{AD}=$（　　）



A. $\overrightarrow{CA}$　　B. $\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

2. [2024·北京八十中测试] 设 $\boldsymbol{a}$ 是非零向量，λ 是非零实数，则下列结论中正确的是（　　）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向相反

B. $\boldsymbol{a}$ 与 $\lambda^2\boldsymbol{a}$ 的方向相同

C. $|-\lambda\boldsymbol{a}|\geqslant|\boldsymbol{a}|$

D. $|-\lambda\boldsymbol{a}|\geqslant|\lambda|\boldsymbol{a}$

3. [2025·通州期中] 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是不共线的两个向量，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AC}=4\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=-\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，则（　　）

A. A，B，C 三点共线

B. A，B，D 三点共线

C. A，C，D 三点共线

D. B，C，D 三点共线

4. [2025·北京中关村中学测试] 已知平面上不共线的四点 O，A，B，C，若 $\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，则 $\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}=$（　　）

A. 2　　B. $\frac{2}{3}$

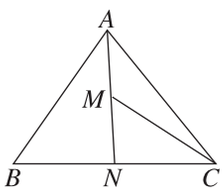
C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

5. [2024·朝阳期末] 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，$\boldsymbol{c}=3\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{d}=-2t\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，若 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{d}$ 同向，则实数 t 的值为（　　）

A. -3　　B. -1

C. 3　　D. -3 或 3

6. [2025·北京牛栏山一中测试] 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 N 是 BC 的中点，点 M 是 AN 的中点，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，那么 $\overrightarrow{MC}=$（　　）



A. $-\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$　　B. $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}-\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$

C. $-\frac{3}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$　　D. $-\frac{3}{4}\boldsymbol{a}-\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$

7. [2025·北京二中测试] 已知 $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{PA}=\lambda\overrightarrow{PB}$，则实数 $\lambda=$_____.

8. [2024·通州期末] 在正方形 $ABCD$ 中，E 是 DC 边上一点，且 $DE=2EC$，点 F 为 AE 的延长线上一点，则可以使得 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$ 成立的 λ，μ 的一组数据(λ,μ)为_____.

9. (1)化简：$\frac{2}{3}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\frac{3}{5}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})+\frac{1}{3}(\boldsymbol{0}-\boldsymbol{a})$；

(2)已知 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ 为非零向量，设向量 $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}$，求 $\left(\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\right)-\left(\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}\right)+2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$.

10. 设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是不共线的两个向量.

(1)若 $\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，求证：$A$，$B$，$D$ 三点共线；

(2)若 $8\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $k\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 共线，求实数 k 的值.

综合提升

11. [2025·北京十二中测试] 若不共线的两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{b}|$，则下列结论一定正确的是 (　　)

A. $|2\boldsymbol{a}|>|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$　　B. $|2\boldsymbol{a}|<|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$

C. $|2\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|$　　D. $|2\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|$

12. 在 $\triangle ABC$ 中，D，E，F 分别是边 BC，CA，AB 的中点，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，则下列结论中不正确的是 (　　)

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

C. $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CE}=\boldsymbol{0}$

D. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\boldsymbol{0}$

13. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是平面内两个非零向量，$\lambda\neq0$，那么“$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$”是“$|\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+\lambda|\boldsymbol{b}|$”的 (　　)

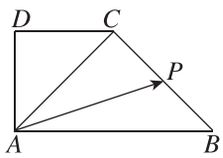
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

14. [2024·北京八一学校测试] 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB\perp AD$，$AD=CD=\frac{1}{2}AB$. 若 P 为 $\triangle ABC$ 三条边上的一个动点，且 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AD}$，则下列结论中正确的是_____.(填序号)



①满足 $m=\frac{1}{2}$ 的点 P 有且只有 1 个；

②满足 $m+n=1$ 的点 P 有且只有 2 个；

③能使 $m+n$ 取最大值的点 P 有且只有 2 个；

④能使 $2m+n$ 取最大值的点 P 有无数个.

15. 经过 $\triangle OAB$ 的重心 G 的直线与 OA，OB 分别交于点 P，Q，设 $\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OQ}=n\overrightarrow{OB}$($m>0$，$n>0$).

(1)证明：$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$ 为定值；

(2)求 $m+n$ 的最小值.

6.2.4　向量的数量积

第1课时　向量数量积的定义、投影向量

基础巩固

1. [2025·北京三十五中测试] 设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为单位向量，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为　（　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

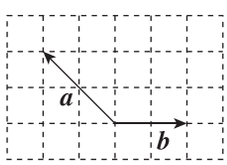
C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$BC=4$，$\angle ABC=60°$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$　（　）

A. 12　　B. 6

C. -6　　D. -12

3. [2025·北京理工附中测试] 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格中每个小正方形的边长均为1，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$　（　）



A. -4　　B. -2

C. 2　　D. 4

4. 下列说法中错误的是　（　）

A. 对于任意向量 $\boldsymbol{a}$，都有 $\boldsymbol{0}\cdot\boldsymbol{a}=0$

B. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$

C. 对于任意向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，都有 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$

D. 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共线，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\pm|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$

5. [2025·北京顺义一中测试] 在 $\triangle ABC$ 中，“$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}>0$”是“$\triangle ABC$ 是钝角三角形”的　（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 已知平面向量 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 满足 $|\boldsymbol{e}_2|=2|\boldsymbol{e}_1|=2$，$\boldsymbol{e}_1$ 在 $\boldsymbol{e}_2$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{4}\boldsymbol{e}_2$，则 $\boldsymbol{e}_2$ 在 $\boldsymbol{e}_1$ 上的投影向量为　（　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_1$　　D. $-\boldsymbol{e}_1$

7. [2024·海淀期末] 在 $\triangle ABC$ 中，$C=\frac{\pi}{3}$，$CA=CB=2$，点 P 满足 $\overrightarrow{CP}=2\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}$，则 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CB}=$_____.

8. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $2\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为_____，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$_____.

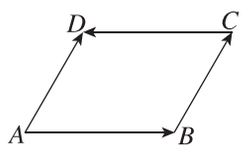
9. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=4$，$|\overrightarrow{AD}|=3$，$\angle DAB=60°$，求：

(1) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$；

(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$；

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$；

(4) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CD}$.



10. [2024·北京育才学校测试] 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$.

(1)求 $\boldsymbol{a}^2$，$\boldsymbol{b}^2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；

(2)求 $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})$ 的值；

(3)当 x 为何值时，$x\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$ 垂直.

综合提升

11. [2025·北京平谷五中测试] 设 $\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$ 为非零向量，则“存在负数 λ，使得 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$”是“$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}<0$”的

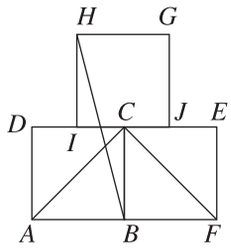
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

12. 如图，I，J 分别为 CD，CE 的中点，四边形 $ABCD$、四边形 $BCEF$ 和四边形 $GHIJ$ 均为正方形，则下列说法中错误的是 (　　)



A. $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CF}=0$

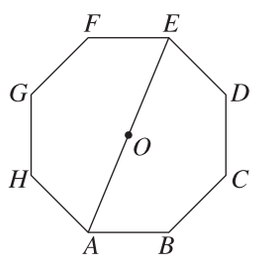
B. $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{AC}>0$

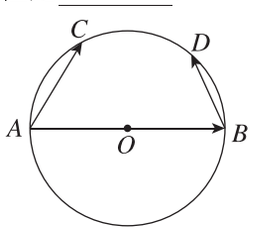
D. $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的投影向量为 $2\overrightarrow{CB}$

13. [2025·北京汇文中学测试] 如图，某八角镂空窗的边框呈正八边形. 已知正八边形 $ABCDEFGH$ 的边长为 2，O 是线段 AE 的中点，P 为正八边形内的一点(含边界)，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的最大值为_____.





14. [2025·北京二中测试] 如图，C，D 是以 AB 为直径的圆 O 上的动点，已知 $|\overrightarrow{AB}|=2$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的最大值是_____.



15. [2025·北京北大附中测试] 在 $\triangle ABC$ 中，$C=45°$，$\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$. 给出以下说法：

①$\sin B=\frac{\sqrt{10}}{10}$；

②$\tan A=2$；

③$\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影向量为 $\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$；

④若 $|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{2}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$.

其中所有正确说法的序号为_____.

第 2 课时　向量数量积的运算律

基础巩固

1. [2025·北京八十中测试] 在△ABC中,若$(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})\cdot(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB})=0$,则△$ABC$一定为　(　)

A. 正三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 无法确定

2. [2025·石景山期末] 已知$\boldsymbol{i}$和$\boldsymbol{j}$是夹角为60°的单位向量,$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{i}$,则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角的余弦值为　(　)

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. 0

3. [2025·通州期末] 已知平面向量$\boldsymbol{a}$为单位向量,$|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{2}$,且$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$　(　)

A. $\sqrt{3}$　　B. 2

C. $\sqrt{5}$　　D. 3

4. [2025·北京二中朝阳学校测试] 已知$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$,$|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{2}$,$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$,设$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OC}$的夹角为$\theta$,则$\theta=$　(　)

A. 240°　　B. 225°

C. 135°　　D. 90°

5. [2025·大兴期末] 若向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$满足$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=2$,且$|\boldsymbol{b}|=2$,则$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量的模为　(　)

A. 2　　B. 4

C. 5　　D. 8

6. 设$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$均为单位向量,则“$|\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|=|3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$”的　(　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. [2025·北京二中测试] 已知非零向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$,且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为_____.

8. 已知向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{b}|=1$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$,若$(\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,则实数$\lambda=$_____.

9. [2024·北京一六六中学测试] 已知$|\boldsymbol{a}|=6$,$|\boldsymbol{b}|=8$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=16$,设$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为$\theta$.

(1)求$\cos\theta$;

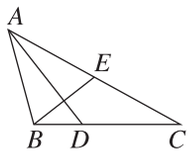
(2)若$(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(\lambda\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b})$,求实数$\lambda$的值;

(3)设$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}-\mu\boldsymbol{a}$,$\mu\in\mathbf{R}$,请直接写出$|\boldsymbol{c}|$的最小值,并写出此时$\mu$的值.(无需写明计算过程)

10. [2026·北京理工附中测试] 已知$\triangle ABC$中，D为BC上的点，且$BD:DC=1:2$，E为AC的中点，$AB=2$，$BC=3$.

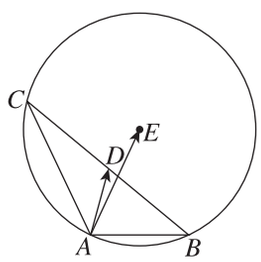
(1)记$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，用$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$表示$\overrightarrow{AD}$和$\overrightarrow{BE}$；

(2)若$AD\perp BE$，求$\cos\angle ABC$的值.



综合提升

11. [2024·北京首都师大附中测试] 如图，圆E为$\triangle ABC$的外接圆，$AB=4$，$AC=6$，D为边BC的中点，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=$ (　　)



A. 26　　B. 13

C. 10　　D. 5

12. [2024·北京汇文中学测试] 对于非零向量$\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$，定义运算“$\times$”：$\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{n}=|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|\sin\theta$，其中$\theta$为$\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$的夹角. 设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$为非零向量，则下列说法错误的是 (　　)

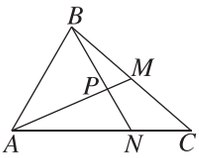
A. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}$

B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$

C. 若$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=0$，则$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

D. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(-\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{b}$

13. 如图，在$\triangle ABC$中，已知$AB=2$，$AC=3$，$\angle BAC=60^\circ$，M是BC的中点，$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，设$AM$与$BN$相交于点$P$，则$\cos\angle MPN=$_____.



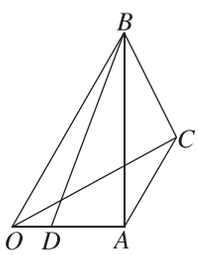
14. 已知平面向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为$60^\circ$，若$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$t\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$的夹角为钝角，则满足条件的$t$的值可以为_____.(写出一个即可)

15. 如图，记$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，已知$|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|=2$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=60^\circ$.

(1)若点D在线段OA上，且$OD=\frac{1}{3}OA$，求$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BA}$的值；

(2)若向量$\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$方向相同，且$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{3}$，求$\angle ACB$；

(3)若$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{c}=0$，求$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}|$的最大值.



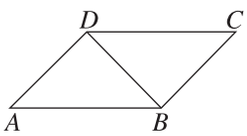
▶滚动习题（一）

范围 6.1～6.2

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. ［2026·北京陈经纶中学测试］如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，下列结论正确的是（　　）



A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BD}$

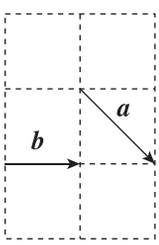
C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{0}$

D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$

2. ［2026·北京人大附中朝阳学校测试］在四边形 $ABCD$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，若 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则四边形 $ABCD$ 的形状是（　　）

A. 梯形　B. 矩形　C. 菱形　D. 正方形

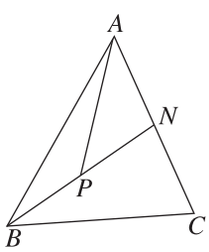
3. ［2024·西城期末］平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示，若网格中每个小正方形的边长均为 1，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$（　　）



A. -2　　B. 0

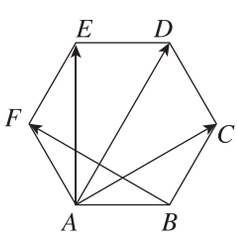
C. 1　　D. 2

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，$P$ 是 BN 的中点，若 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，则实数 m 的值是（　　）



A. $\frac{1}{4}$　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

5. 如图，在正六边形 $ABCDEF$ 中，$AB=1$，设 $a=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$，$b=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$，$c=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BF}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）



A. $c<b<a$　　B. $c<a<b$

C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

6. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为非零向量，则“$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. ［2024·北京八中测试］若单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\frac{1}{2}$，$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=$（　　）

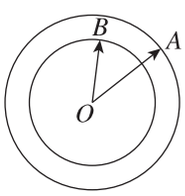
A. 0　　B. $\frac{1}{2}$

C. 0 或 $-\frac{1}{2}$　　D. 0 或 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. ［2025·朝阳期末］青花瓷是中国瓷器的主流品种之一，常简称青花. 如图①是一个青花瓷圆盘，该圆盘的俯视图可看作两个圆心重合的圆（如图②），若圆心为 O，大圆半径 $R=2$，小圆半径 $r=\sqrt{2}$，点 A 在大圆上，点 B 在小圆上，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$，动点 C 满足 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$（$\lambda,\mu\in\mathbf{R}$），且 $|\overrightarrow{OC}|=3$，则 $\lambda+\mu$ 的最大值为（　　）



①



②

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $3\sqrt{2}$

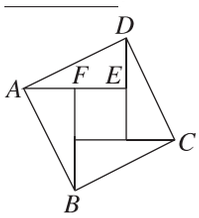
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

9. 已知 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 是两个不共线的向量，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-4\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=k\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2$，若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，则 $k=$_____.

10. 在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=-5\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$，则四边形 $ABCD$ 的形状是_____.

11. ［2025·北京北师大附中测试］已知平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=45°$，$AB=2$，$AD=2\sqrt{2}$，E 为 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}=$_____.

12. ［2025·通州期中］我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理，创制了一幅“弦图”，后人称为“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形，如图所示. 若 $|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{5}$，$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$，则 $\overrightarrow{DC}$ 在 $\overrightarrow{BF}$ 上的投影向量的模为_____；设 $\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{b}$，若 $\overrightarrow{AE}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$，则 $\lambda+\mu=$_____.



班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

13. (13 分)[2025·海淀期末] 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=2$,$\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$.

(1)求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$;

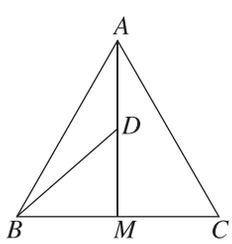
(2)若 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 垂直,求实数 λ 的值;

(3)若 $\boldsymbol{c}=t\boldsymbol{a}(t\in\mathbf{R})$,求 $|\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{b}|$ 的最小值及其相应的 t 的值.

14. (13 分)[2024·北京广渠门中学测试] 如图,已知 P 是边长为 2 的等边三角形 ABC 所在平面内一点,M 是 BC 的中点,D 是 AM 的中点.

(1)当 $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CP}$ 时,用 $\overrightarrow{BA}$,$\overrightarrow{BC}$ 表示 $\overrightarrow{BD}$,$\overrightarrow{BP}$,并求 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BP}$ 的值;

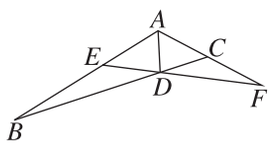
(2)若 $|\overrightarrow{AP}|=1$,求 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的取值范围.



15. (14 分)平面几何中有如下结论:“三角形 ABC 的角平分线 AD(D 在 BC 边上)分对边所成的两段之比等于角的两边之比,即 $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$”. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,$AB=3$,$AC=1$,AD 平分 $\angle BAC$,D 在 BC 边上. 过点 D 作直线交 AB 于点 E,交 AC 的延长线于点 F,且满足 $\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}(0<x<1)$,$\overrightarrow{AF}=y\overrightarrow{AC}(y>0)$.

(1)求 $\frac{1}{x}+\frac{3}{y}$ 的值;

(2)若 $\angle BAC=120^\circ$,求 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的最小值.

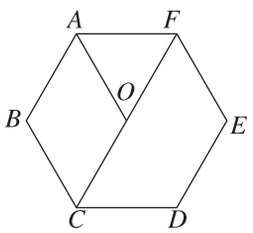


6.3 平面向量基本定理及坐标表示

6.3.1 平面向量基本定理

基础巩固

1. 如图所示，点 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心，则能构成一个基底的向量是 （　）



A. $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{CD}$

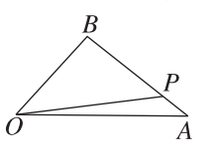
C. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CF}$　　D. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE}$

2. [2024·丰台期末] 在$\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AB 的中点. 记 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{CB}=$ （　）

A. $-\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$　　B. $-\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$

3. 如图，在$\triangle OAB$ 中，P 为线段 AB 上的一点，且 $\overrightarrow{BA}=4\overrightarrow{PA}$. 若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，则 （　）



A. $x=\frac{3}{4},y=\frac{1}{4}$　　B. $x=\frac{2}{3},y=\frac{1}{3}$

C. $x=\frac{1}{3},y=\frac{2}{3}$　　D. $x=\frac{1}{4},y=\frac{3}{4}$

4. [2024·海淀期末] 在$\triangle ABC$ 中，点 D 满足 $\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{BC}$，若 $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda=$ （　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. 3　　D. -4

5. [2025·北京清华附中测试] 设 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是平面内两个不共线的向量，且 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$，若 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$，则 $x+2y=$ （　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. 1　　D. 0

6. 下列说法中不正确的是 （　）

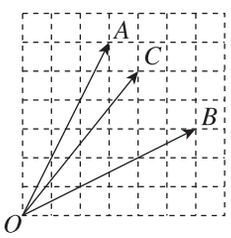
A. 平面向量的一个基底$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$中，$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 一定都是非零向量

B. 在平面向量基本定理 $\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$ 中，若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，则 $\lambda_1=\lambda_2=0$

C. 表示同一平面内所有向量的基底是唯一的

D. 若单位向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为$\frac{3\pi}{4}$，则 $\boldsymbol{e}_1$ 在 $\boldsymbol{e}_2$ 上的投影向量是$-\frac{\sqrt{2}}{2}\boldsymbol{e}_2$

7. [2025·北京北师大附中测试] 如图所示，四点 O,A,B,C 在正方形网格的格点处. 若 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$，则实数 $\lambda+\mu=$ _____.



8. [2025·北京一六一中学测试] 在$\triangle ABC$ 中，点 M,N 满足 $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}$. 若 $\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $x=$ _____，$y=$ _____.

9. 设 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是不共线的非零向量，且 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$.

(1) 证明：$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 可以构成表示其所在平面内所有向量的一个基底；

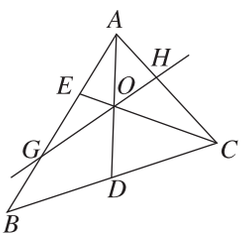
(2) 设 $\boldsymbol{c}=3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$，试用基底$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\}$表示 $\boldsymbol{c}$；

(3) 若 $4\boldsymbol{e}_1-3\boldsymbol{e}_2=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$，求 λ,μ 的值.

10. 如图，在△ABC中，D是BC的中点，E在边AB上，且$BE=2EA$，AD与CE交于点O.

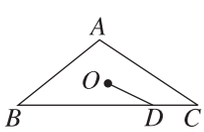
(1)用$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$表示$\overrightarrow{AO}$；

(2)过点O作直线交线段AB于点G，交线段AC于点H，若$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AH}=t\overrightarrow{AC}$，求$t$的值.



综合提升

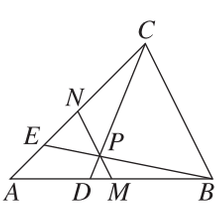
11. 如图，点O是△ABC的重心，点D是边BC上一点，且$\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{DC}$，若$\overrightarrow{OD}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，则$\frac{m}{n}=$（　　）



A. $\frac{1}{5}$　　B. $-\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{4}$

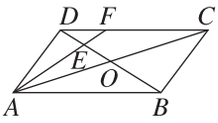
12. 如图，在△ABC中，M，N分别为AB，AC边上的中点，P是线段MN上的一个动点(不含端点)，CP与AB交于点D，BP与AC交于点E，$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AE}=\mu\overrightarrow{AC}$，则$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$的最小值为（　　）



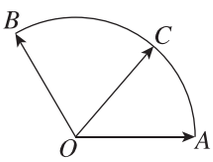
A. 2　　B. 4

C. 6　　D. 8

13. [2025·北京人大附中测试] 已知平行四边形$ABCD$中，AC与BD交于点O，E为线段OD的中点，AE的延长线与CD交于点F. 若$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{AD}=$_____，$\overrightarrow{AF}=$_____.(答案用含$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$的式子表示)



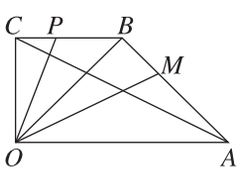
14. [2024·北京二中测试] 给定两个长度为1的平面向量$\overrightarrow{OA}$和$\overrightarrow{OB}$，它们的夹角为120°，如图所示，点C在以O为圆心的圆弧AB上运动. 若$\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，其中$x$，$y\in\mathbf{R}$，则$x+y$的最大值是_____.



15. 如图，在四边形$OABC$中，$\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{CP}=x\overrightarrow{CB}$(0≤$x$≤1)，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BO}^2=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})\cdot\overrightarrow{BO}$.

(1)证明：$OA\perp OC$；

(2)设$\overrightarrow{OM}=\lambda\overrightarrow{CA}+\mu\overrightarrow{OP}$，求$\lambda\cdot\mu$的最大值，并求$\lambda\cdot\mu$取得最大值时$x$的值.



基础教育图书全程精品 全品 SINCE 1992 专注教育行业

6.3.2　平面向量的正交分解及坐标表示

6.3.3　平面向量加、减运算的坐标表示

基础巩固

1. 已知 $\overrightarrow{AB}=(-2,4)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 点 A 的坐标是 $(-2,4)$

B. 点 B 的坐标是 $(-2,4)$

C. 当点 B 是原点时，点 A 的坐标是 $(-2,4)$

D. 当点 A 是原点时，点 B 的坐标是 $(-2,4)$

2. 设 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}$ 是平面直角坐标系内分别与 x 轴、y 轴方向相同的单位向量，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$，$\overrightarrow{OB}=2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$，则 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 的坐标是（　　）

A. $(8,11)$　　B. $(9,14)$

C. $(3,6)$　　D. $(-5,-2)$

3. [2025·丰台期末] 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{AC}=(3,5)$，则 $\overrightarrow{BC}$ 的坐标为（　　）

A. $(4,7)$　　B. $(-4,-7)$

C. $(2,3)$　　D. $(-2,-3)$

4. 下列说法不正确的是（　　）

A. 相等向量的坐标相同

B. 平面上一个向量对应唯一的一个坐标

C. 一个坐标对应唯一的一个向量

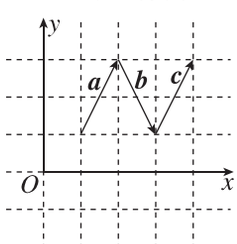
D. 平面上一个点与以原点为起点，该点为终点的向量一一对应

5. [2025·北京中学测试] 已知 $A(3,2)$，$B(-5,-1)$，若 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$，则点 C 的坐标为（　　）

A. $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-1,\frac{3}{2}\right)$

C. $\left(1,\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$

6. 在如图所示的网格中，每个小正方形的边长均为1，则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 的坐标为（　　）



A. $(1,-2)$　　B. $(1,2)$

C. $(2,-1)$　　D. $(-1,2)$

7. [2025·北京中关村中学测试] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(m,tm-1)$，若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则 $t=$_____.

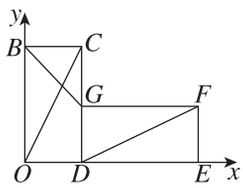
8. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 都是单位向量，夹角为 $60°$，若向量 $\boldsymbol{m}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$，则称 $\boldsymbol{m}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\}$ 下的坐标为 (x,y)，若 $\overrightarrow{AB}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\}$ 下的坐标为 $(2,-3)$，则 $|\overrightarrow{AB}|=$_____.

9. 已知 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AB}$，点 B 的坐标为 $(1,0)$，$\boldsymbol{b}=(-9,12)$，$\boldsymbol{c}=(-2,2)$，且 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，求点 A 的坐标.

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OBCD$ 与矩形 $DEFG$ 全等，且 $\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{GD}$，$|\overrightarrow{OD}|=1$.

(1)用坐标表示向量 $\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{DF}$；

(2)求 $\overrightarrow{OC}$ 在基底$\{\overrightarrow{BG},\overrightarrow{DF}\}$下的坐标.



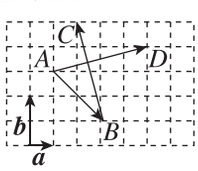
综合提升

11. 已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\boldsymbol{a}=(6,-8)$ 的夹角为 π，且 $|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{a}|$，若点 A 的坐标为 $(-1,2)$，则点 B 的坐标为 (　　)

A. $(-7,10)$　　B. $(7,10)$

C. $(5,-6)$　　D. $(-5,6)$

12. 如图，在 8×5 正方形网格中，向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=$ (　　)



A. $-3\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　B. $-3\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

C. $-3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　D. $5\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$

13. 已知对任意平面向量 $\overrightarrow{AB}=(x,y)$，将 $\overrightarrow{AB}$ 绕其起点沿逆时针方向旋转 θ 角得到向量 $\overrightarrow{AP}=(x\cos\theta-y\sin\theta,x\sin\theta+y\cos\theta)$，这个过程也叫作把点 B 绕点 A 沿逆时针方向旋转 θ 角得到点 P. 已知平面内点 $A(1,2)$，点 $B(1+\sqrt{3},4)$，把点 B 绕点 A 沿顺时针方向旋转 $\frac{\pi}{3}$ 得到点 P，则点 P 的坐标为 (　　)

A. $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}+1,\frac{3}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}+1,\frac{3}{2}\right)$

C. $\left(\frac{5}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$

14. 已知点 $A(\lambda,3)$，$B(5,2\lambda)(\lambda\in\mathbf{R})$，$C(4,5)$，且 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

(1)当 λ 为何值时，点 P 在第一、三象限的平分线上？

(2)若点 P 在第一象限内，求 λ 的取值范围.